

**WYDZIAŁ INFORMATYKI I ZARZĄDZANIA**  
**KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim:** Matematyka

**Nazwa w języku angielskim:** Mathematics

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):**

**Specjalność (jeśli dotyczy):**

**Stopień studiów i forma:** II stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~

**Rodzaj przedmiotu:** obowiązkowy / ~~wybieralny / ogólnouniversytecki\*~~

**Kod przedmiotu** MAP8572

**Grupa kursów** TAK / NIE\*

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	90	60			
Forma zaliczenia	Egzamin	Zaliczenie na ocenę			
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)					
Liczba punktów ECTS	3	2			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	0	2			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	3	2			

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Znajomość rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych.
2. Znajomość własności i zastosowań liczb zespolonych oraz macierzy.
3. Znajomość teorii i zastosowań szeregów liczbowych oraz szeregów potęgowych.

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Poznanie podstawowych pojęć, twierdzeń, metod i zastosowań dotyczących równań różniczkowych zwyczajnych z zastosowaniem do rozwiązywania równań pierwszego i drugiego rzędu oraz układów liniowych równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu.

C2 Poznanie podstawowych pojęć, twierdzeń i metod dotyczących prostych równań różniczkowych cząstkowych oraz równań całkowych typu Volterra i Fredholma.

C3 Poznanie klasyfikacji przestrzeni oraz zagadnień probabilistycznych dla zmiennych losowych wielowymiarowych

C4 Poznanie podstawowych pojęć procesów stochastycznych, procesów Markowa i odnowy

C5. Stosowanie nabytej wiedzy do tworzenia i analizy modeli matematycznych w celu rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych w technice.

**PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA**

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 ma podstawową wiedzę z zakresu równań różniczkowych zwyczajnych ze szczególnym uwzględnieniem równań pierwszego i drugiego rzędu, oraz układów liniowych równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu.

PEK\_W02 ma podstawową wiedzę z zakresu równań różniczkowych cząstkowych pierwszego rzędu oraz równań całkowych typu Volterra i Fredholma.

PEK\_W03 ma podstawową wiedzę z zakresu przestrzeni liniowej, unormowanej, unitarnej, Gilberta, L2.

PEK\_W04 ma podstawową wiedzę z zakresu procesów stochastycznych, procesów Markowa i procesów odnowy

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi rozwiązywać równania pierwszego rzędu o zmiennych rozdzielonych, liniowe, jednorodne oraz Bernoulliego, drugiego rzędu sprowadzalne do równań rzędu pierwszego oraz równania o stałych współczynnikach, układy liniowe równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu metodami macierzowymi.

PEK\_U02 potrafi rozwiązywać proste równania różniczkowe cząstkowe oraz stosować metody iteracyjne do rozwiązywania równań całkowych typu Volterra i Fredholma.

PEK\_U03 potrafi zastosować procesy stochastyczne do modelowania zagadnień technicznych. Potrafi analizować procesy drugiego rzędu i stacjonarne.

PEK\_U04 potrafi stosować procesy Markowa z czasem dyskretnym i ciągłym oraz procesy odnowy do modelowania zagadnień technicznych

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi wyszukiwać i korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie zdobywać wiedzę

PEK\_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu

**TREŚCI PROGRAMOWE**

<b>Forma zajęć - wykłady</b>		<b>Liczba godzin</b>
Wy1	Równania różniczkowe zwyczajne rzędu pierwszego. Zagadnienie początkowe dla równania I-go rzędu. Pole kierunków. Twierdzenie Cauchy'ego o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania pierwszego rzędu.	2
Wy2	Równania różniczkowe liniowe pierwszego rzędu. Metoda czynnika całkującego. Równanie Bernoulliego. Krzywe ortogonalne.	2
Wy3	Równania różniczkowe zwyczajne drugiego rzędu. Zagadnienia początkowe dla równań różniczkowych zwyczajnych II-go rzędu. Równania różniczkowe zwyczajne drugiego rzędu sprowadzalne do równań różniczkowych pierwszego rzędu.	2
Wy4	Równania różniczkowe zwyczajne liniowe drugiego rzędu jednorodne i niejednorodne. Układy jednorodne równań różniczkowych liniowych. Metoda Eulera. Metoda uzmienniania stałych dla układów niejednorodnych.	2
Wy5	Równania różniczkowe cząstkowe pierwszego rzędu. Całka równania liniowego jednorodnego. Równanie Clairauta. Równanie transportu..	2

Wy6	Równania całkowe pierwszego i drugiego rodzaju, równania Fredholma i Volterra. Przykłady, równanie całkowe Abela. Równanie Fredholma z jądrem zdegenerowanym.	2
Wy7	Przestrzeń liniowa skończenie wymiarowa i nieskończenie wymiarowa. Przykłady. Przestrzenie unormowane. Przestrzenie unitarne, przestrzenie Hilberta. Przykłady. Przestrzeń $L_2$ .	3
Wy8	Zmienna losowa wielowymiarowa. Niezależność zmiennych losowych. Macierz kowariancji. Wielowymiarowy rozkład normalny.	2
Wy9	Pojęcie procesu stochastycznego. Przykłady. Proces Poissona. Proces Wienera..	2
Wy10	Procesy drugiego rzędu. Funkcja kowariancji. Ciągłość średnio kwadratowa. Rozwinięcia Karhunen-Loève'a.	2
Wy11	Procesy stacjonarne. Analiza widmowa. Gęstość spektralna. Prognoza i filtracja. Ergodyczność. Szeregi czasowe ARMA.	2
Wy12	Łańcuchy Markowa z czasem dyskretnym i skończoną liczbą stanów. Stacjonarność i ergodyczność.	2
Wy13	Łańcuchy Markowa z czasem ciągłym. Równania Kołmogorowa. Procesy urodzin i śmierci.	2
Wy14	Procesy odnowy. Równanie odnowy. Własności asymptotyczne. Procesy Gaussowskie Markowa.	3
	<b>Suma godzin</b>	<b>30</b>

<b>Forma zajęć - ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Ćw1	Rozwiązywanie równań różniczkowych pierwszego rzędu o zmiennych rozdzielonych, liniowych, jednorodnych oraz Bernoulliego. Zastosowania powyższych równań w technice.	4
Ćw2	Rozwiązywanie równań różniczkowych drugiego rzędu i ich zastosowania w technice. Rozwiązywanie układów liniowych równań różniczkowych.	4
Ćw3	Rozwiązywanie równań różniczkowych cząstkowych pierwszego rzędu. Rozwiązywanie równań całkowych typu Volterra oraz Fredholma.	4
Ćw4	Analizowanie zagadnień związanych z pojęciami przestrzeni: liniowej, unormowanej, unitarnej, Hilberta, $L_2$ .	2
Ćw5	Badanie niezależności zmiennych losowych . Rozwiązywanie zadań z wielowymiarowymi zmiennymi losowymi.	2
Ćw6	Rozwiązywanie zadań z procesów stochastycznych. Analiza widmowa	6
Ćw7	Rozwiązywanie zadań z procesów Markowa i procesów odnowy.	6
Ćw8	Kolokwia zaliczeniowe	2
	<b>Suma godzin</b>	<b>30</b>

<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>
1. Wykład – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń.

## OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
P - Ćw	PEK_U01-PEK_U04 PEK_K01-PEK_K02	Odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
P - Wy	PEK_W01-PEK_W3 PEK_K02	Egzamin

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] W. Żakowski i W. Leksiński, Matematyka, Cz. IV, WNT, Warszawa 2002.
- [2] M. Gewert i Z. Skoczylas, Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2006.
- [3] A. Plucińska, E. Pluciński, Probabilistyka, WNT, Warszawa 2006.
- [4] . Inglot, T. Ledwina, Z. Ławniczak, Materiały do ćwiczeń z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1984.
- [5] E. Wong, Procesy stochastyczne w teorii informacji i układach dynamicznych, WNT, Warszawa 1976.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] J. Muszyński, A. D. Myszkis, Równania różniczkowe zwyczajne, PWN, Warszawa 1984.
- [2] A. Palczewski, Równania różniczkowe zwyczajne, WNT, Warszawa 2004.
- [3] A. N. Tichonow, A. A. Samarski, Równania fizyki matematycznej, PWN, Warszawa 1963.
- [4] A. D. Wentzell, Wykłady z teorii procesów stochastycznych, PWN, Warszawa 1980.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

dr inż. Agnieszka Wyłomańska ([Agnieszka.Wylomanska@pwr.wroc.pl](mailto:Agnieszka.Wylomanska@pwr.wroc.pl))  
Komisja programowa Instytutu Matematyki i Informatyki

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
**MATEMATYKA MAP8572**  
 Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU \*\*\*\*\*  
 I SPECJALNOŚCI .....

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)	Cele przedmiotu**	Treści programowe**	Numer narzędzia dydaktycznego**
PEK_W01 (wiedza)		C1,C5	Wy1 – Wy4	1,3,4
PEK_W02		C2,C5	Wy5 – Wy6	1,3,4
PEK_W03		C3,C5	Wy7	1,3,4
PEK_W04		C3-C5	Wy8-Wy14	
PEK_U01 (umiejętności)		C1, C5	Ćw1-Ćw2	2,3,4
PEK_U02		C2, C5	Ćw3, Ćw4	2,3,4
PEK_U03		C3, C4, C5	Ćw5, Ćw6	2,3,4
PEK_U04		C4, C5	Ćw7	2,3,4
PEK_K01 (kompetencje)		C1 – C5	Wy1 – Wy9, Ćw1 – Ćw6	1,2,3,4
PEK_K02		C1 – C5	Wy1 – Wy14, Ćw1 – Ćw8	1,2,3,4

\*\* - z tabeli powyżej